

# 樹 2

---

Michael Tsai

2012/3/27

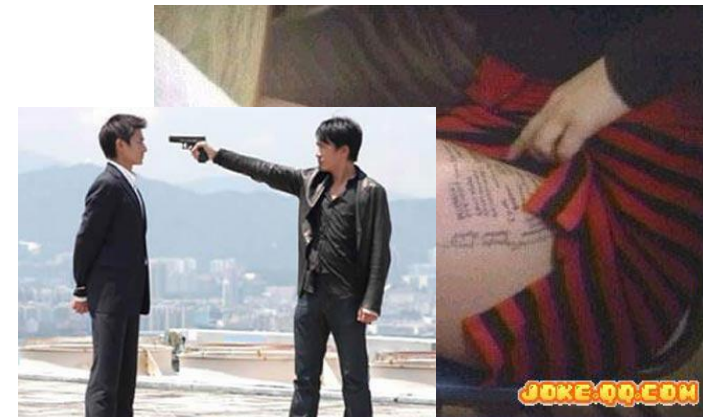
HW<sub>3</sub>今天出爐.  
加油!

HW<sub>2</sub>星期四  
due.

下周放假. 下下周  
上課.  
**嚇嚇嚇**周中考!

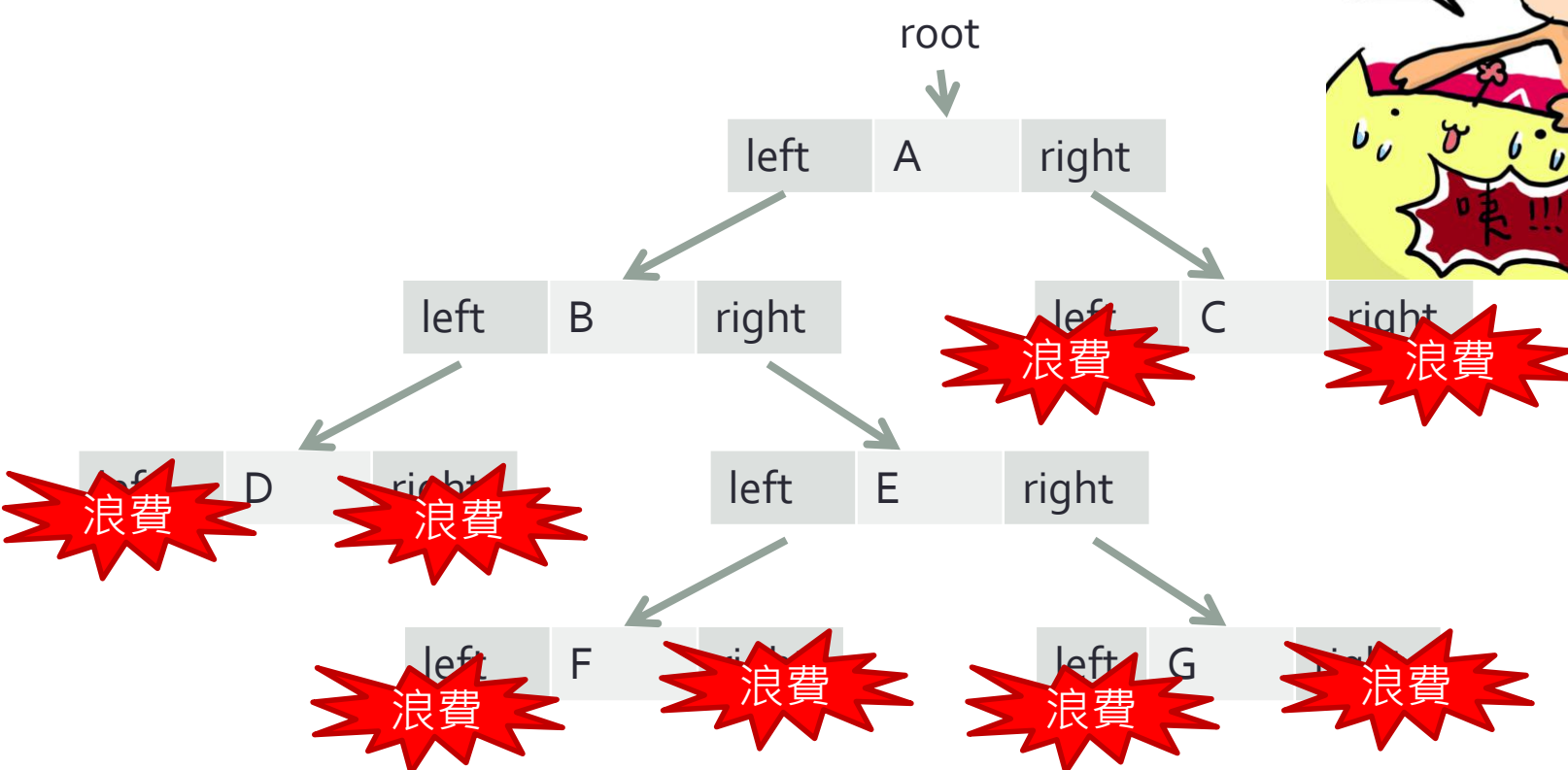
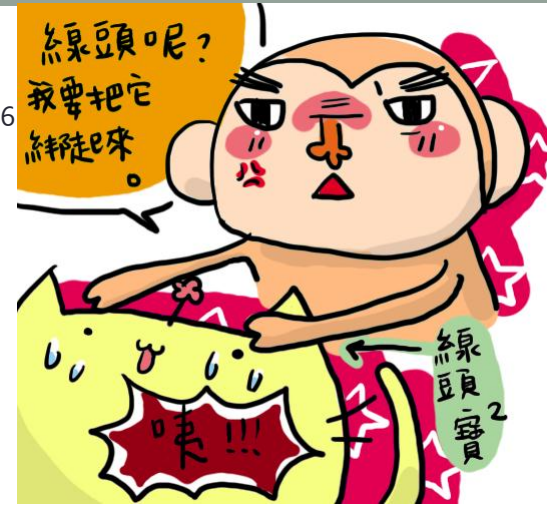
# 期中考 (4/17)!!

- 我的想法:
- 關書
- A4 大小一張, 雙面, 抄到你開心為止 (期末考沿用)
- 禁止使用放大鏡、顯微鏡 (供過小字體辨識用) XD
- 題目可能有
  - 是非題 (並解釋原因)
  - 填空題
  - 問答題 (寫algorithm, 證明題, 問complexity)
- 請把答案寫清楚, 部分正確就有部分給分
- 作弊的直接砍頭 (當掉+送學校議處)



# 線頭樹??

<http://www.wretch.cc/blog/z314159/7248666>



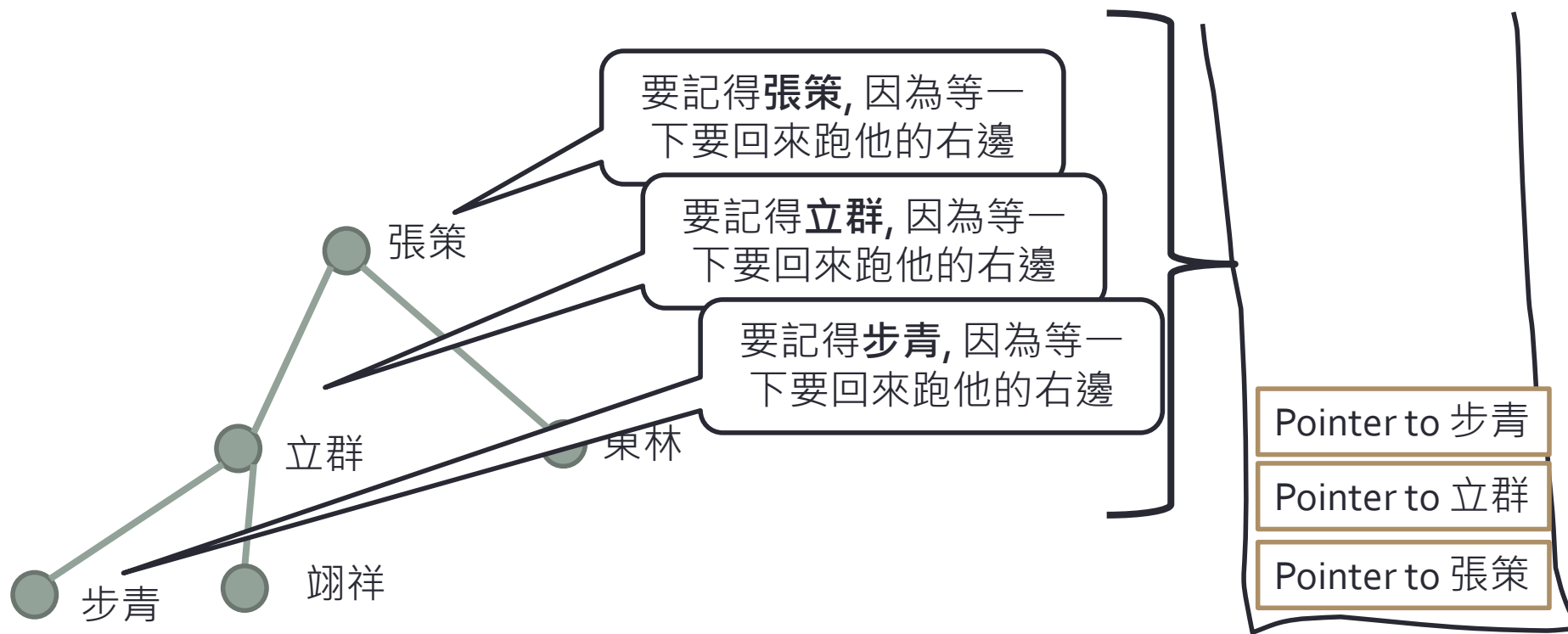
複習: 浪費了幾個pointer? (總共有n個node的話)

A: 總共有 $2n$ 個pointer,  $(n-1)$ 個edge/pointer不是NULL, 所以 $2n-(n-1)=n+1$ .

所以可以把這些NULL pointer欄位拿來做什麼?



# 怎麼做Inorder Traversal?



Stack

需要多少空間?

$O(h) = O(n)$

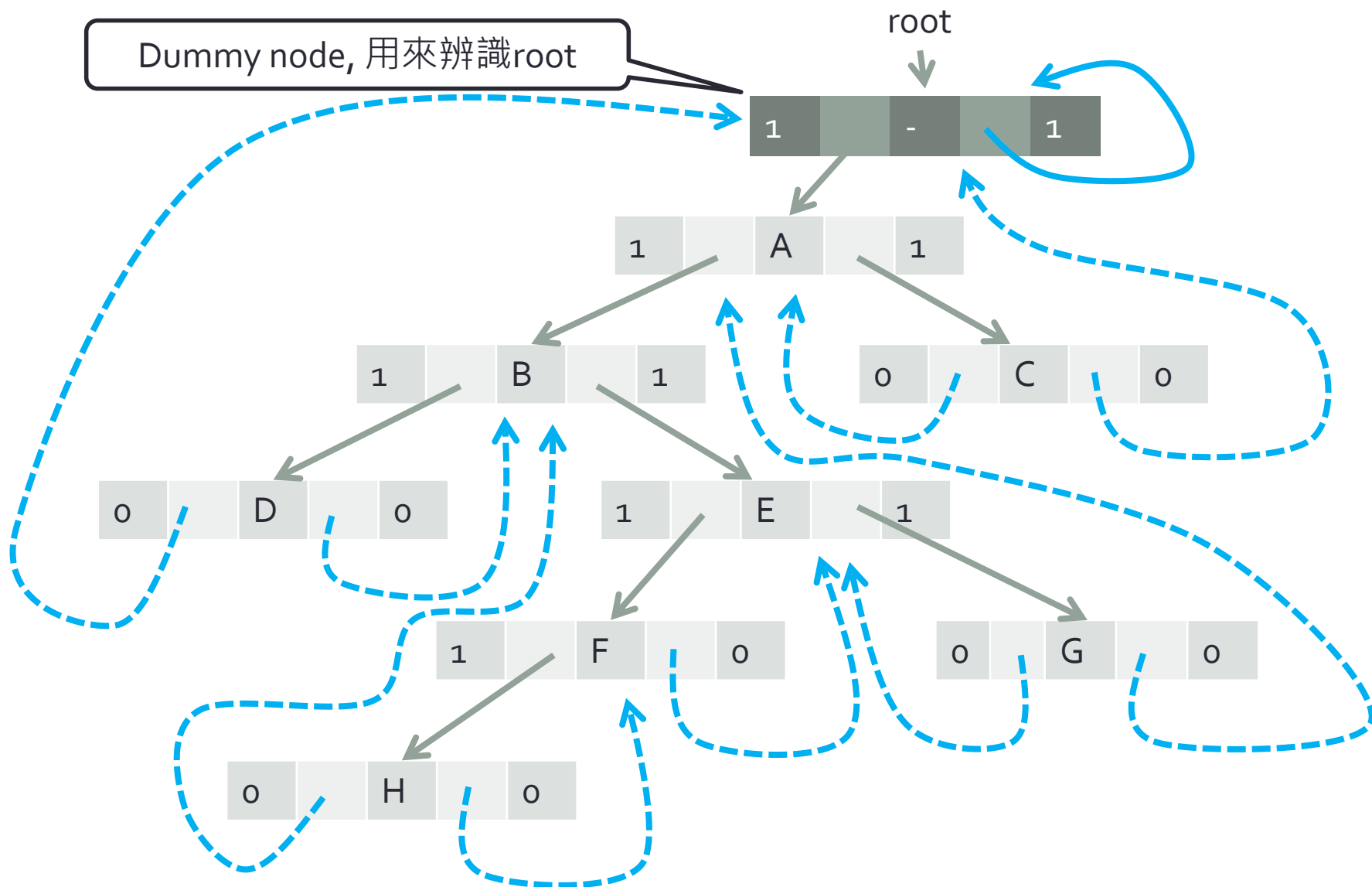


我們就拿NULL pointers來幫忙這件事!

# 浪費掉的pointer們...

- 線頭樹: (Inorder) Threaded Binary Tree
- 1. 如果leftChild是null, 那就改成指到inorder traversal的前一個node (又稱為inorder predecessor) (此為線頭)
- 2. 如果rightChild是null, 那就改成指到inorder traversal的後一個node (又稱為inorder successor) (此為線頭)
- 3. node的structure裡面放兩個額外的boolean欄位, 說明是link還是thread
- 效果: 之後做inorder traversal不需要stack了!  $O(1)$ !

# Threaded binary tree長這樣





# Threaded Binary Tree

- 接著, 要做inorder traversal就很簡單了

```
void InOrderTraversal(struct TreeNode *root) {  
    struct TreeNode *temp=root;  
    while(1) {  
        temp=inorderSuccessor(temp);  
        if (temp==root) return;  
        printf("%d", temp->data);  
    }  
}
```

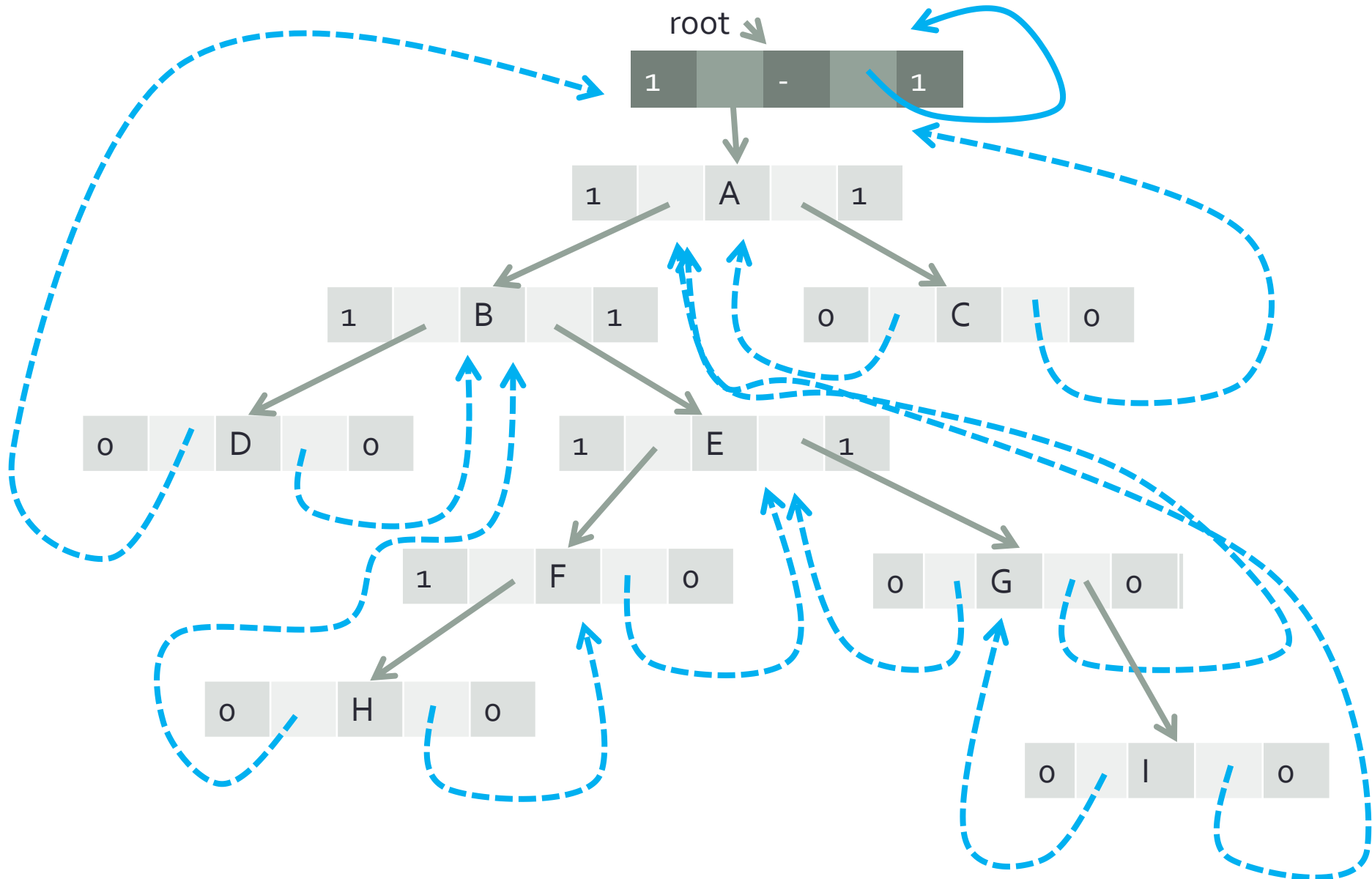
Space Complexity:  $O(1)$

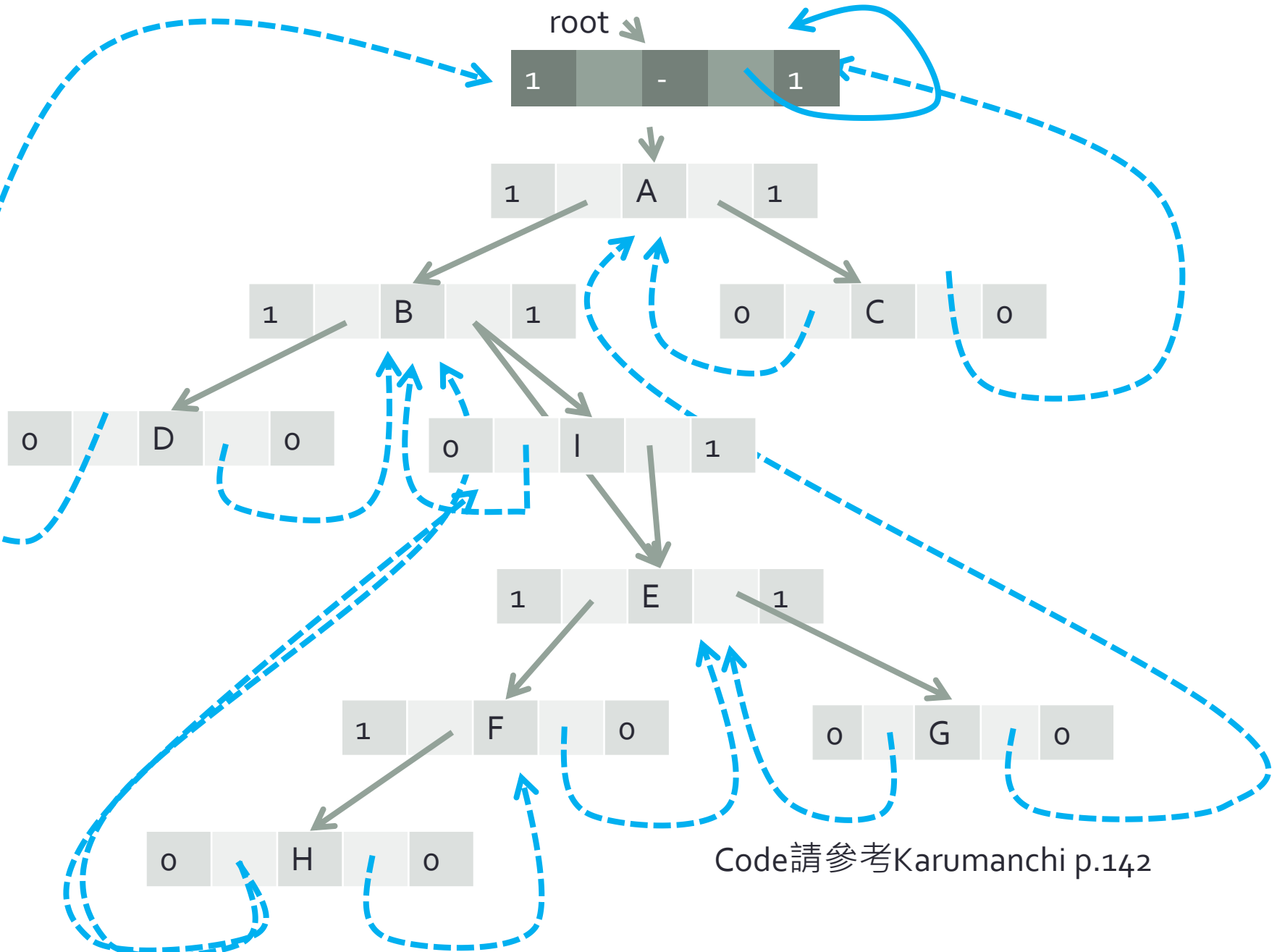


- <動腦時間> 如果要用threaded binary tree做preorder traversal呢?
- 首先要先想想怎麼找到preorder successor
- Postorder仍然無法不使用stack來做traversal!
- Karumanchi p.141



# 在Threaded Binary Tree裡面加一個node





# Priority Queue

- 一種每次都可以拿到priority最高的element的queue
- 直接來定義operations
  
- Insert(element) 把element放進queue裡面
- DeleteMax() 把element拿出來. 這個element有最高的priority
  
- (可以想像, 放進去的時候有做一些排序)
  
- 另外也有FindMax(), isEmpty(), isFull等等的operation
- 請同學想想看, 要怎麼用已經學過的東西來做priority queue?

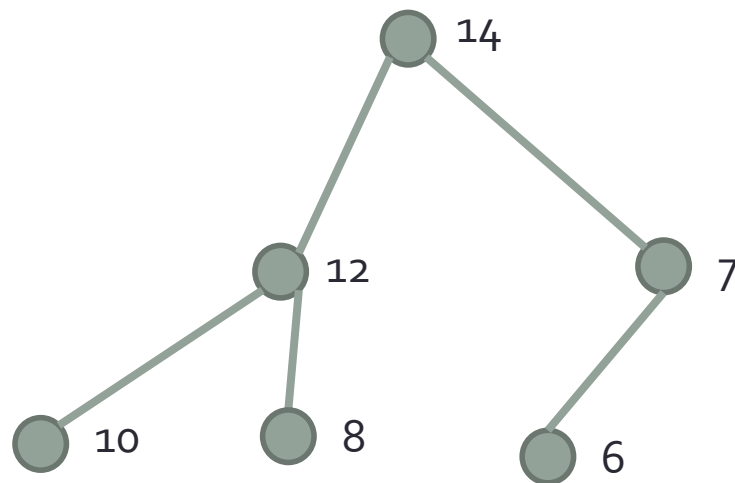
# 用以前學過的方法效果如何?

|                       | Insert | DeleteMax | FindMax |
|-----------------------|--------|-----------|---------|
| Unordered Array       |        | 我是遮板      |         |
| Unordered Linked List |        | 我是遮板      |         |
| Ordered Array         |        | 我是遮板      |         |
| Ordered Linked List   |        | 我是遮板      |         |
| Binary Search Tree    |        | 我是遮板      |         |
| Binary Heap           |        | 我是遮板      |         |

# Heap

- Definition: A max tree is a tree in which the key value in each node is no smaller (larger) than the key values in its children (if any).
- Definition: A max heap is a complete binary tree that is also a max tree. A min heap is a complete binary tree that is also a min tree.

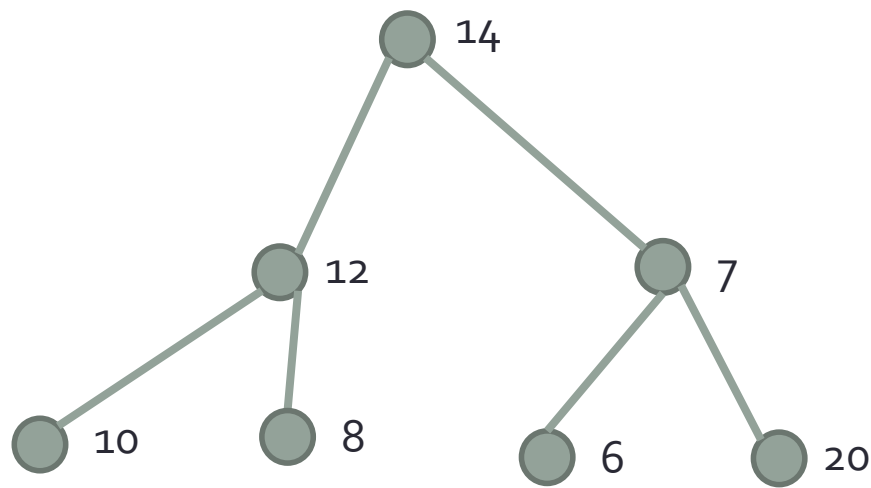
- 有了heap, 我們要怎麼用它來做priority queue?
- Root是不是永遠都是最大?



# Insert一個element到Heap

- 加入的時候每次都能夠繼續維持是一個max heap
- 怎麼加?
  1. 既然是complete binary tree, 所以一定要加在下一個該出現的地方, 把新的element放在那邊.
  2. 循序往root的方向移動, 一直到不違反parent > child的規則為止
- Time complexity?

$O(\log n)$



需要和6比嗎?  
不用! 因為原本6的parent  
就會比它大了! 因此20只會  
更大!



# 從Heap DeleteMax一個element

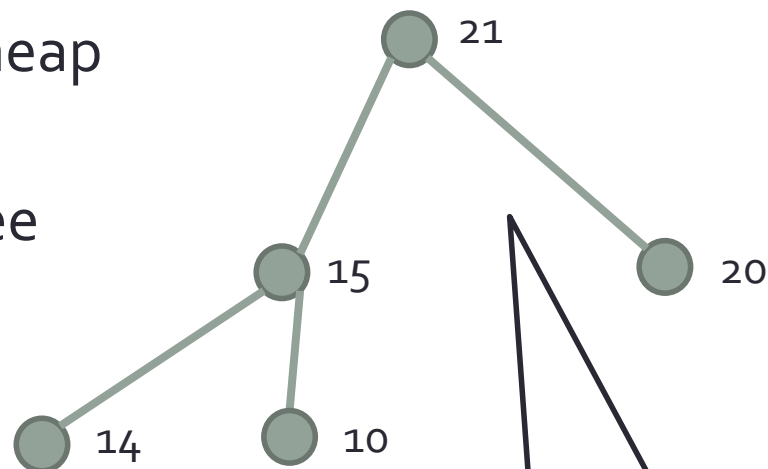
- 從root拿走一個element (最大的)
- 調整位置, 繼續維持是一個max heap

• 1. 首先既然是complete binary tree 拿掉的位置就沒有別的選擇.

• 2. 把拿掉的位置的element, 拿到root的地方. 和child中比較大的比較. 如果比其小則與其交換. 重複以上步驟直到不再違反 parent > child的規則為止.

• Time complexity?

$O(\log n)$



需要跟15和20都比!  
因為如果拿到不是最大的  
child,  
則可能違反heap原則!

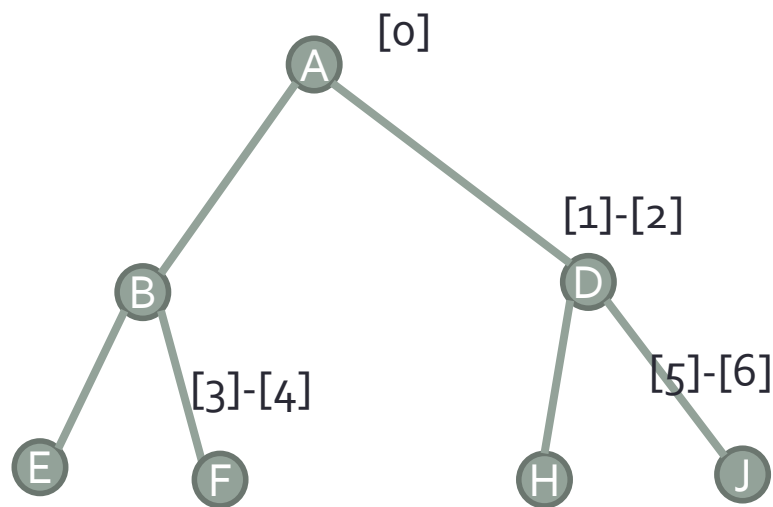
# 用什麼data structure來implement heap?

- Array? 比較簡單? 偷懶?
- 可以. 因為每次都只會加在最後面 (complete binary tree)
- 複習 “怎麼在記憶體裡面記一棵樹呢? Array法”, Binary Tree 版



# 怎麼在記憶體裡面記一棵樹呢? Array法

- Binary Tree  
(每個node最多有2個children)
- 某個node的parent?
- 觀察:  
Index為*i*的node, 其parent之index為  $\lfloor (i - 1) / 2 \rfloor$
- 怎麼找某個node的children
- 觀察:  
Index為*i*的node, 其children之index為  $2i + 1 \sim 2i + 2$
- 這樣要找parent或是child都非常方便!



# 討論時間

- 給一個沒有處理過的array, 怎麼用最少的時間把它變成heap?
- Reading Assignment: p. 182 "Heapifying the Array"
- 概念:
  - 原本的array可以看成一個還沒排好的binary tree(還不是heap)
  - Leaf的部分不用處理 (因為它們沒有children, 不會違反heap原則)
  - 從最後一個(index最大的)非leaf node開始處理 (跟下面的比)
  - Time complexity= $O(n \log n)$

# Today's Reading Assignments

- Karumanchi 6.11, Problem [49-52],59
- Karumanchi 7.1-7.6, Problem 7,12,13