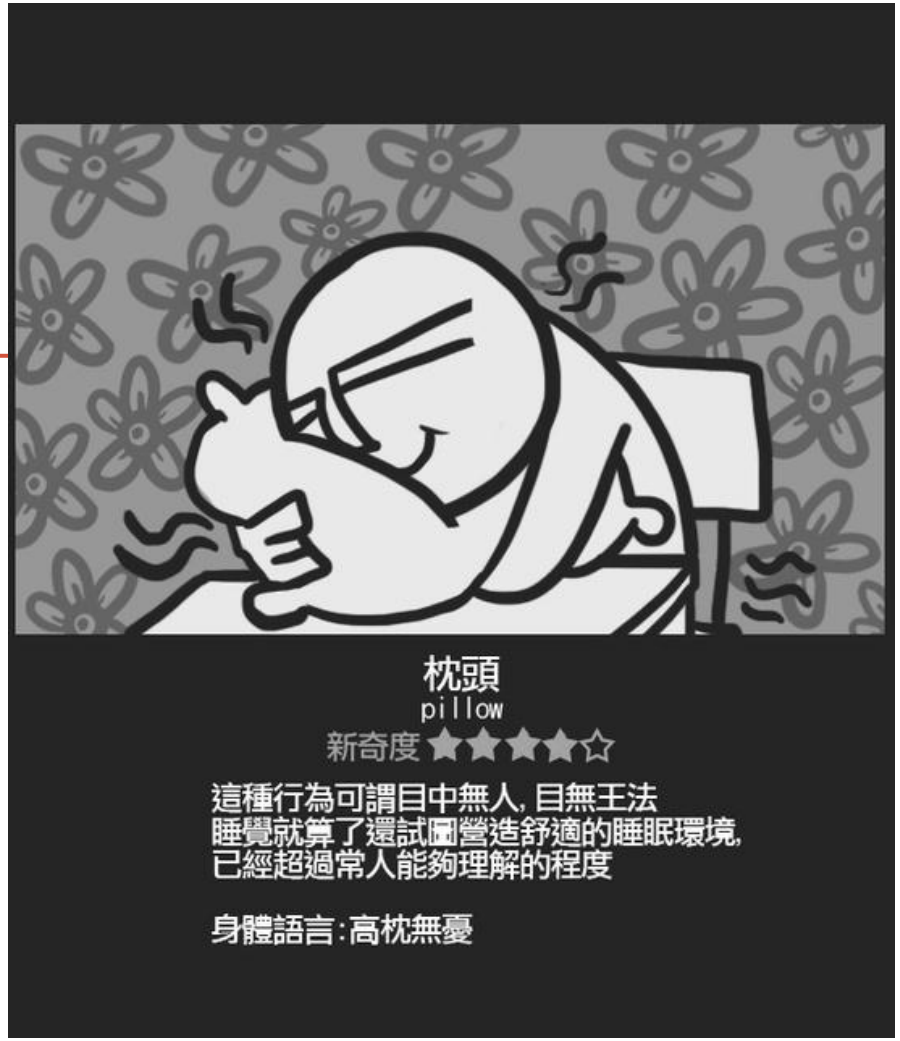
GRAPH

Michael Tsai

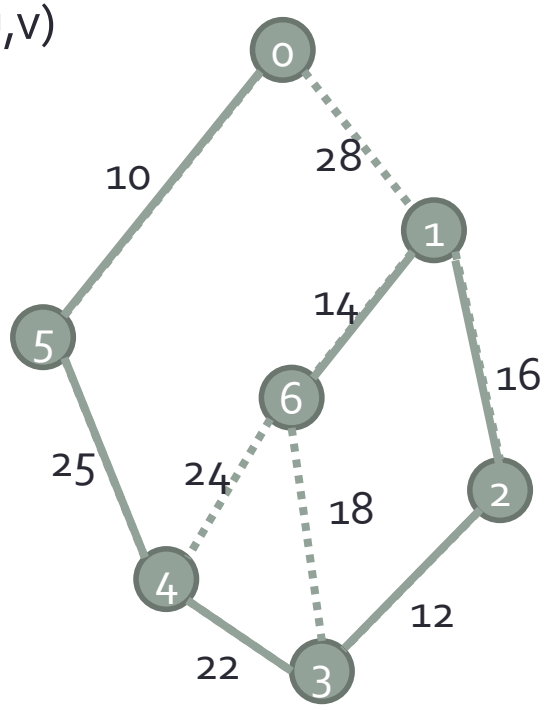
TA: Miao, Hsin

2012/05/08



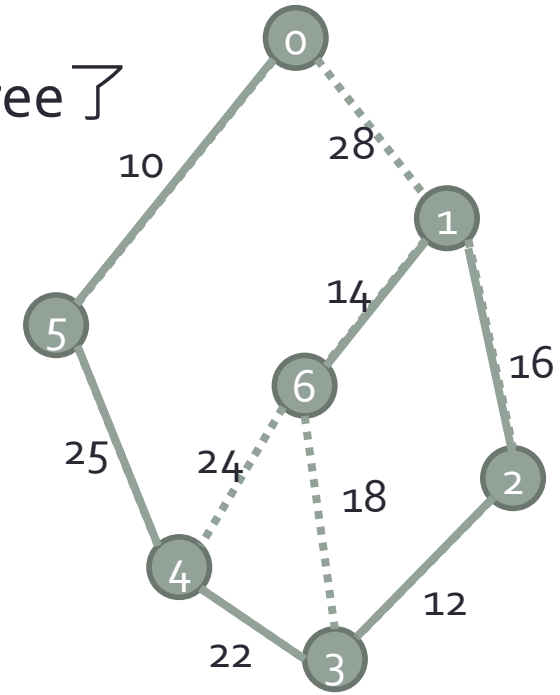
Prim's Algorithm

- T={}
- TV={0}
- while(T少於n-1條edge) {
  - 找出一條$u \in TV$但$v \notin TV$中cost最小的edge (u,v)
  - 如果找不到就break;
  - add v to TV
  - add (u,v) to T
- }
- 如果T中少於n-1條edge, 就output失敗



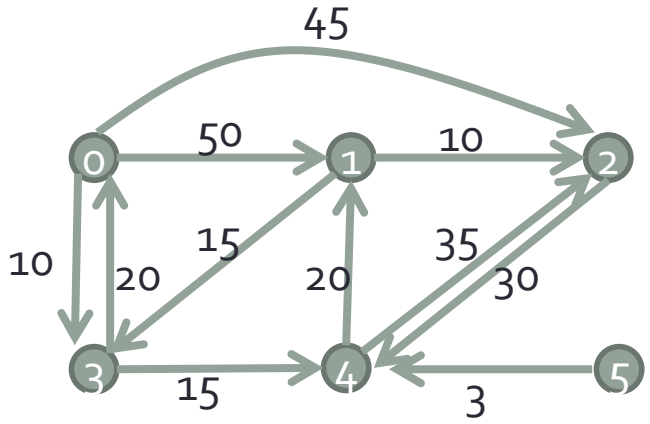
Sollin's algorithm

- 一開始每個vertex自己是一個forest
- 保持都是forest
- 每個stage, 每個forest都選擇一個該forest連到其他forest的edge中cost最小的一個
- 執行到沒有edge可以選了, 或者是變成tree了



Shortest paths

- 目標: 找出vertex u到graph G中任何一點的最短距離



TO VERTEX	PATH	LENGTH
3	0 3	10
4	0 3 4	25
1	0 3 4 1	45
2	0 2	45
5	No path	∞

Shortest paths

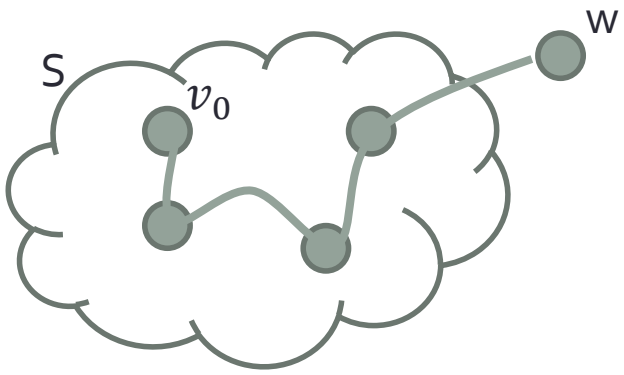
- 怎麼找Shortest paths?

- 從起始點u開始, 把所有path的排列列出來
- 找出到點v所有paths中距離最短的那一條

- 時間複雜度?
  - 要把所有的path列出來, 所以需要花 $O(|V|!)$
  - 需要更有效率的演算法!

Dijkstra's algorithm

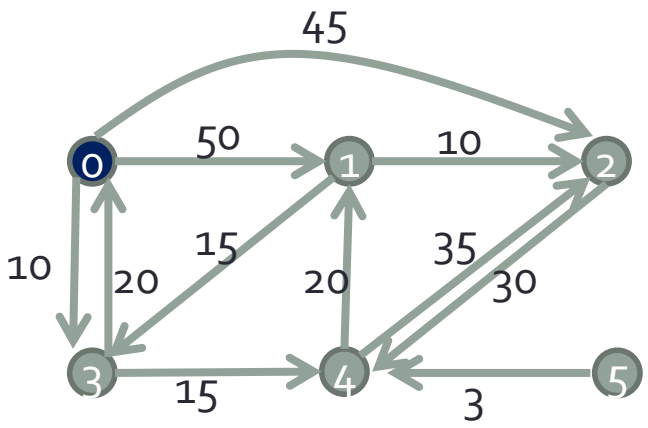
- Set S裡面有一些已經加入的vertex (包括起始點v_0)
- S裡面的vertex都已經找到由起始點v_0出發的最短路徑
- w不在S中, 則有distance[w]紀錄從v_0經過S中的任意個vertex後, 最後到達w的這樣形式最短路徑的距離



Dijkstra's algorithm

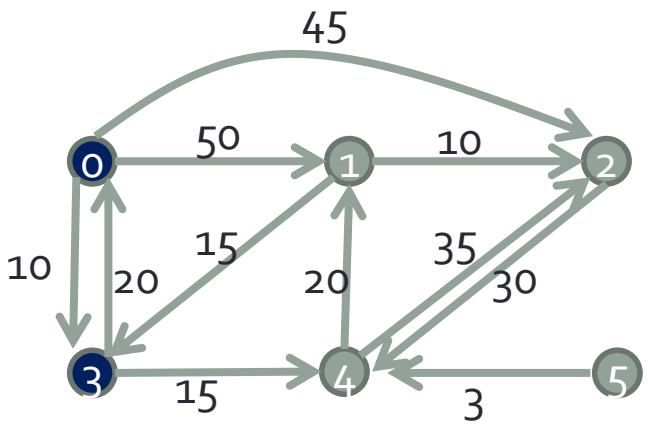
- 一開始S裡面只有v_0
- 每次選擇u, 為distance[u]中最小的
- 選進S以後, v_0到u的shortest path就找到了
- 所以找到shortest path的順序會是由最短的找到最長的
- 把u選進去S以後, 就要把所有u的edge <u,w>都看一遍:
- if distance[w]>distance[u]+cost(<u,w>)
- distance[w]=distance[u]+cost(<u,w>)

例子



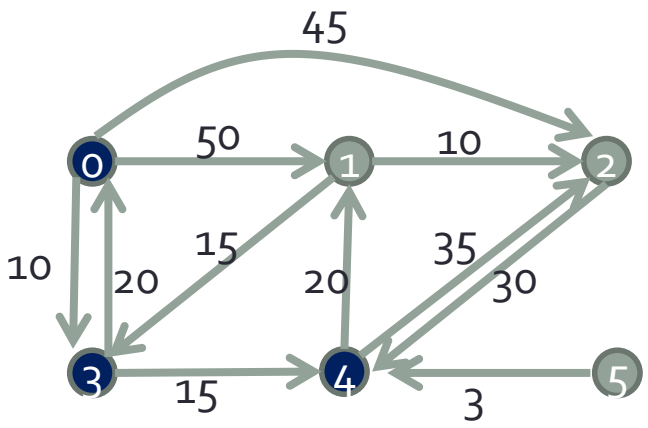
selection	0	1	2	3	4	5
Initial	0	50	45	10	∞	∞

例子



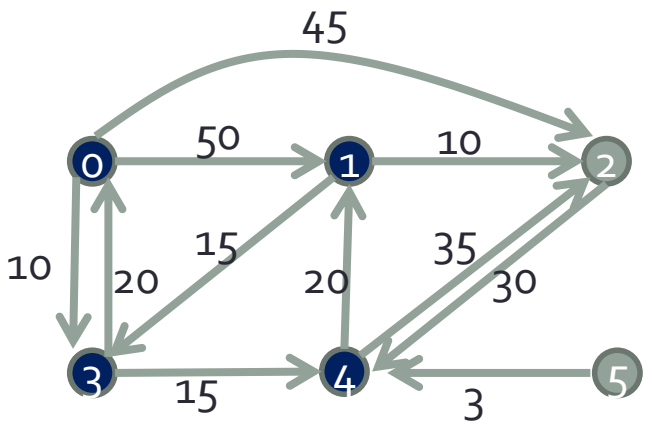
selection	0	1	2	3	4	5
Initial	0	50	45	10	∞	∞
3	0	50	45	10	25	∞

例子



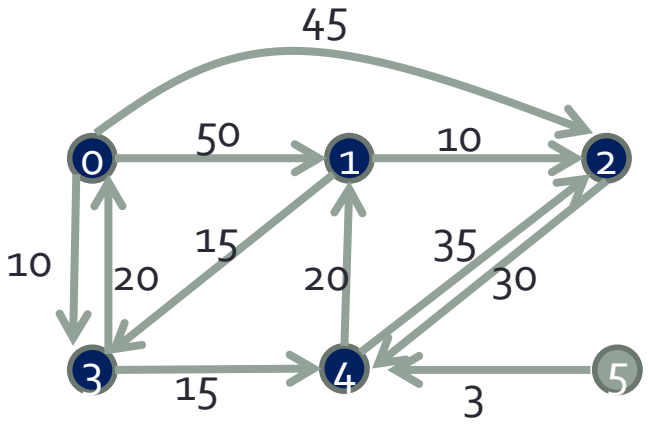
selection	0	1	2	3	4	5
Initial	0	50	45	10	∞	∞
3	0	50	45	10	25	∞
4	0	45	45	10	25	∞

例子



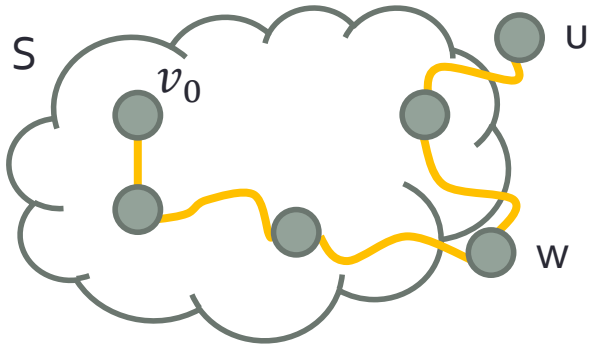
selection	0	1	2	3	4	5
Initial	0	50	45	10	∞	∞
3	0	50	45	10	25	∞
4	0	45	45	10	25	∞
1	0	45	45	10	25	∞

例子



selection	0	1	2	3	4	5
Initial	0	50	45	10	∞	∞
3	0	50	45	10	25	∞
4	0	45	45	10	25	∞
1	0	45	45	10	25	∞
2	0	45	45	10	25	∞

小證明



- 要怎麼證明演算法是正確的?
- 如果下一個選擇的vertex為u, 為什麼v_0到u的最短path會正好是前面的vertex都在S中, 只有u不在S中呢?

- 反證法: **假設v_0到u的最短path 經過vertex w, 且w不在S中**
- 則這條path中會有一段是v_0到w, 而且長度比較短 (因為是sub path)
- 可是這樣的話, w之前應該就要被選過了 (應該要在S中) (contradiction)
- 所以v_0到u的最短path前面的vertex都在S中, 只有u不在S中

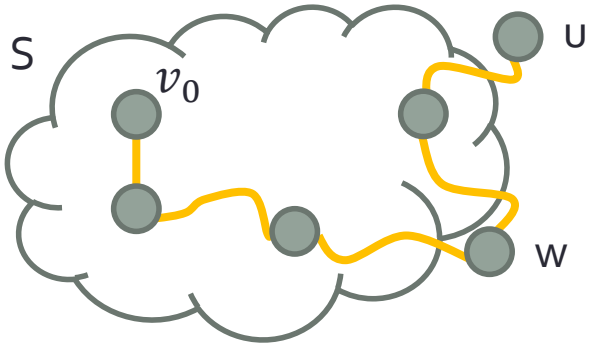
更多動畫例子

- http://www-b2.is.tokushima-u.ac.jp/~ikeda/suuri/dijkstra/DijkstraApp.shtml?demo1

- Time complexity?
- 答案: $O(|V|^2)$
- 每次都要看一次distance[ ], 共$|V|$個

Bellman-Ford algorithm

- 另外一種找到shortest path的algorithm
- 可以handle path cost是負的情形



- 為什麼Dijkastra 有問題?

- 如果下一個選擇的vertex為u, 為什麼v_0到u的最短path會正好是前面的vertex都在S中, 只有u不在S中呢?
- 因為假如有path中有vertex w也不在S中, 那麼表示path中會有一段是v_0到w, 而且長度比較短 (因為是sub path)
- 可是這樣的話, 應該w之前應該就要被選過了 (應該要在S中) (contradiction)
- 所以v_0到u的最短path前面的vertex都在S中, 只有u不在S中

假設cost可以是負的, 這就不一定正確了.

Bellman-Ford algorithm

- 定義 $dist^{l}[u]$為從v_0到u的最短路徑, 最多經過l條edge

- 一開始$dist^{1}[u]$為cost(<v_0,u>) (如果沒有edge則為無限大)
- 由$dist^{k-1}[\,]$算$dist^{k}[\,]$
- 最後算到$dist^{n-1}[u]$為最後shortest path解
  - (因為每個node最多走一遍, 不然就有cycle了)

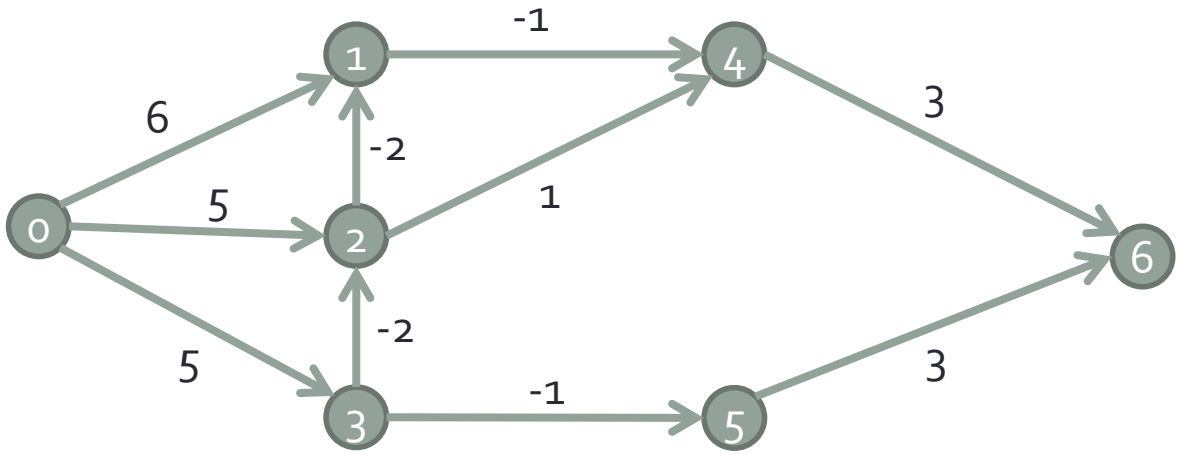
Bellman-Ford algorithm

- 由$dist^{k-1}[\,]$算$dist^{k}[\,]$
- 怎麼算呢?

- 有以下兩種可能性:
- 如果從v_0到u使用最多k個edge的最短路徑其實只經過了k-1或更少edge的話, 則$dist^{k}[u] = dist^{k-1}[u]$
- 如果從v_0到u使用最多k個edge的最短路徑使用了k條edge的話, 則最短路徑可能為經過別的vertex i的shortest path (用了最多k-1條edges)後再走edge <i,u>.

- 綜合以上兩條規則:
- $dist^{k}[u] = \min\{dist^{k-1}[u], \min_{i}\{dist^{k-1}[i] + cost(\langle i,u\rangle)\}\}$

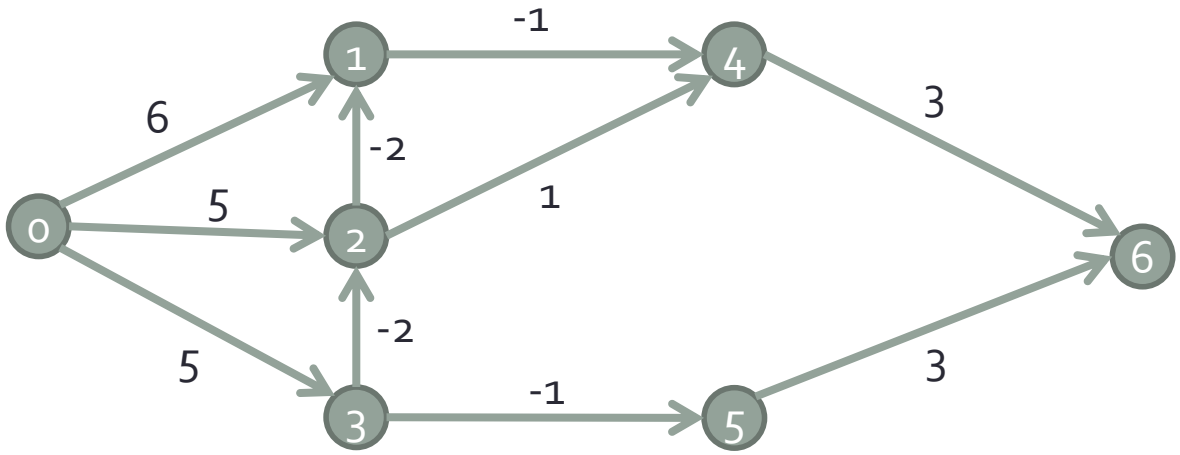
例子



vertex 0到其他vertices的最短路徑:

k	1	2	3	4	5	6
1	6	5	5	∞	∞	∞
2						
3						
4						
5						
6						

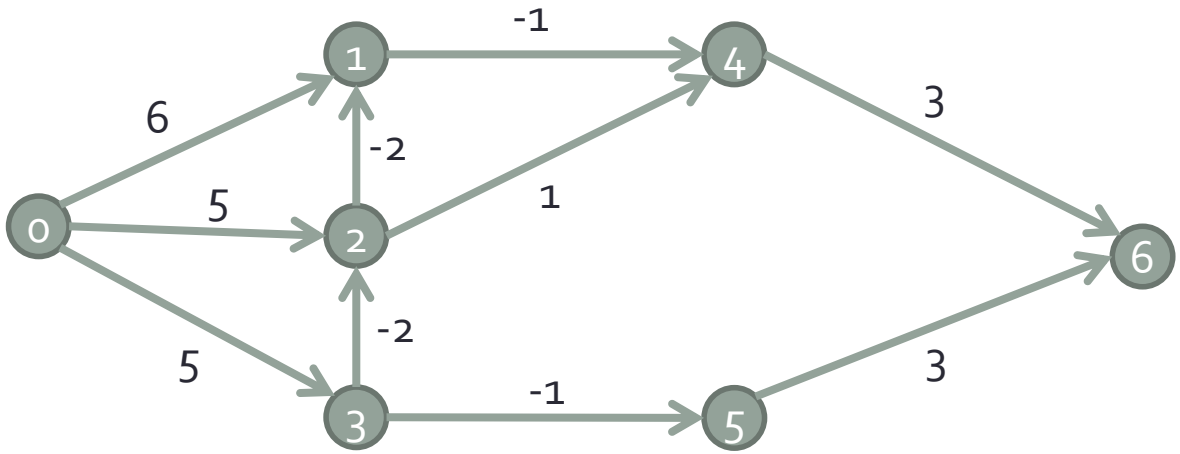
例子



vertex 0到其他vertices的最短路徑:

k	1	2	3	4	5	6
1	6	5	5	∞	∞	∞
2	3	3	5	5	4	∞
3						
4						
5						
6						

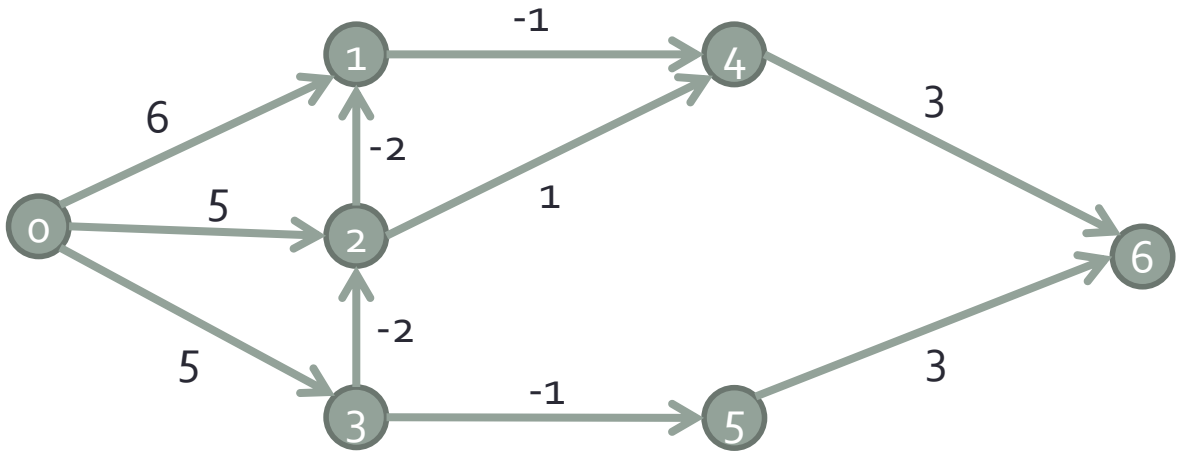
例子



vertex 0到其他vertices的最短路徑:

k	1	2	3	4	5	6
1	6	5	5	∞	∞	∞
2	3	3	5	5	4	∞
3	1	3	5	2	4	7
4						
5						
6						

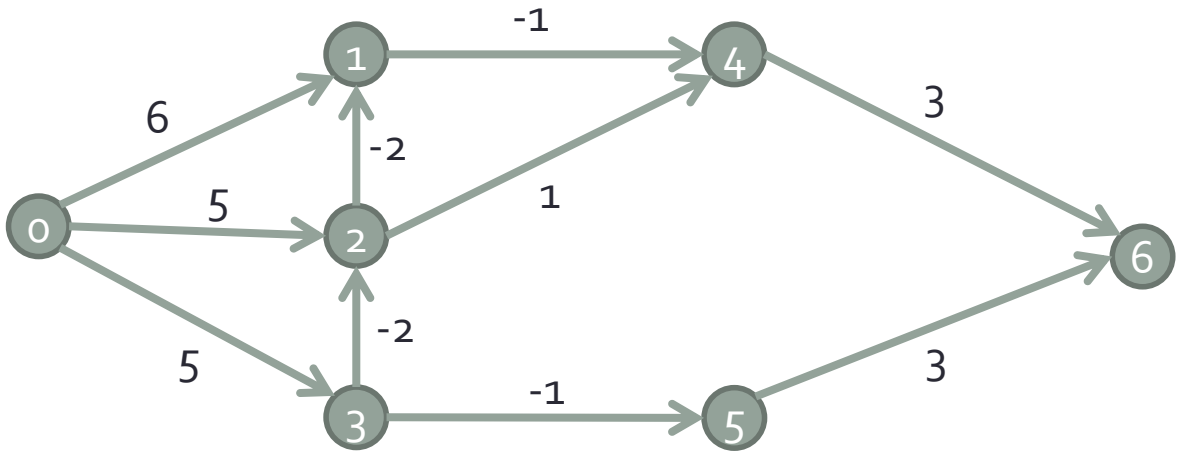
例子



vertex 0到其他vertices的最短路徑:

k	1	2	3	4	5	6
1	6	5	5	∞	∞	∞
2	3	3	5	5	4	∞
3	1	3	5	2	4	7
4	1	3	5	0	4	5
5						
6						

例子



k	1	2	3	4	5	6
1	6	5	5	∞	∞	∞
2	3	3	5	5	4	∞
3	1	3	5	2	4	7
4	1	3	5	0	4	5
5	1	3	5	0	4	3
6	1	3	5	0	4	3

其他例子: http://www.ibiblio.org/links/applets/appindex/graphtheory.html

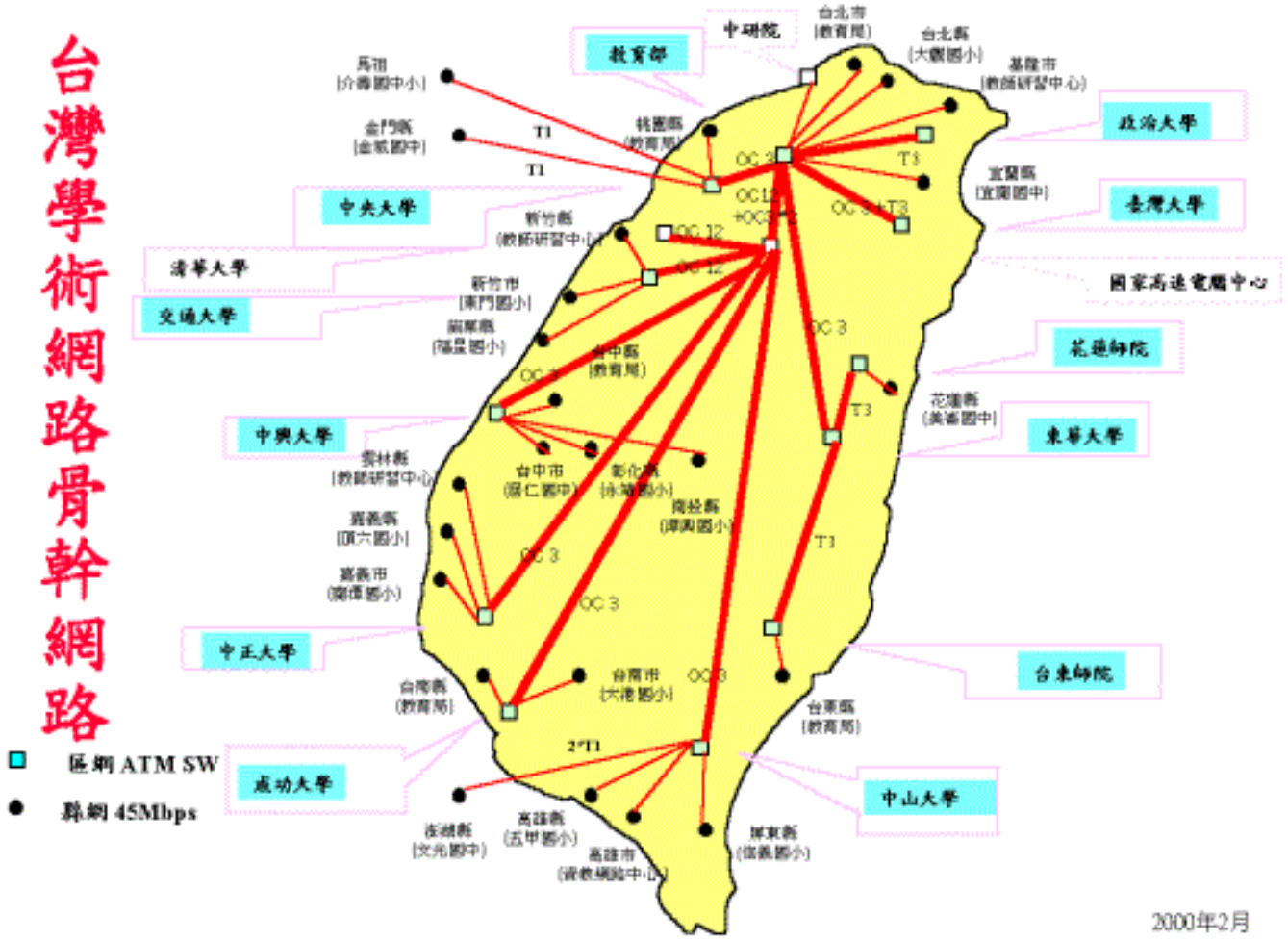
一些可以思考的東西

- time complexity = ?
- 答案:
- adjacency matrix: $O(|V|^3)$
- adjacency lists: $O(|V||E|)$

- 前面都沒有提到怎麼真的輸出path本身經過哪些vertex
- 想想看, 要怎麼做?

答案: 每次update distance的時候, 順便update附在旁邊的linked list. (用linked list表示path)

TANET


台灣學術網路骨幹網路
區網 ATM SW
縣網 45Mbps
教育部
中研院
台北市 (教育局)
台北縣 (大觀國小)
基隆市 (教師研習中心)
馬祖 (介壽國中小)
金門縣 (金城國中)
T1
T1
桃園縣 (教育局)
OC 3
T3
政治大學
宜蘭縣 (宜蘭國中)
臺灣大學
中央大學
OC12
+OC3
OC 3+T3
新竹縣 (教師研習中心)
OC 12
OC 12
清華大學
國家高速電腦中心
新竹市 (東門國小)
交通大學
苗栗縣 (福星國小)
OC 3
花蓮師院
台中縣 (教育局)
OC 3
T3
花蓮縣 (美崙國中)
中興大學
東華大學
雲林縣 (教師研習中心)
台中市 (居仁國中)
彰化縣 (永靖國小)
南投縣 (埔里國小)
T1
嘉義縣 (頂六國小)
嘉義市 (蘭潭國小)
OC 3
OC 3
中正大學
台南市 (大港國小)
OC 3
台東師院
台南縣 (教育局)
台東縣 (教育局)
2*T1
成功大學
中山大學
澎湖縣 (文光國中)
高雄縣 (五甲國小)
高雄市 (資教網路中心)
屏東縣 (信義國小)
2000年2月

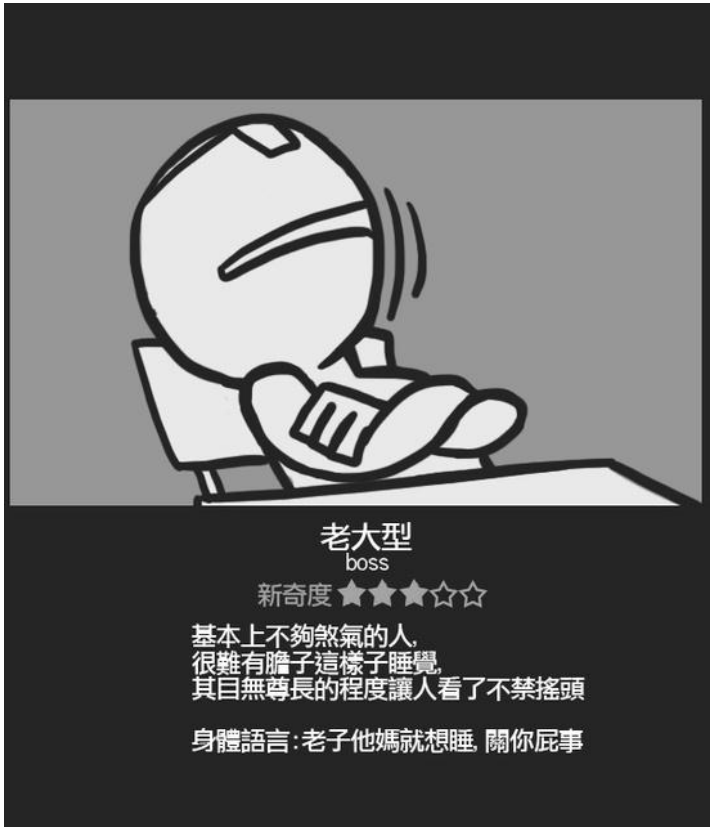
Routing protocol

- 要計算從某個點到另外一個點的路徑(route)
- 目標: 連線速度?
- path cost =?

- Dijkstra比較適合還是Bellman-ford比較適合?

答案: 似乎Bellman-Ford比較適合, 因為不需要知道所有link cost即可建立routing table

下課時間


老大型
boss
新奇度
基本上不夠煞氣的人,
很難有膽子這樣子睡覺,
其目無尊長的程度讓人看了不禁搖頭
身體語言:老子他媽就想睡, 關你屁事