

貝氏統計學的概念

- 參考資料: 陳旭昇 統計學 Chap 19
- 主觀機率與客觀機率

事實上,對於「機率」的詮釋有兩種,第一種稱作客觀機率 (objective probability),指的是這枚銅板的物理性質。亦即,如果我們把這枚銅板送到實驗室作檢驗,確定這枚銅板是完全對稱的 (perfectly balanced),根據物理性質,出現正面或反面的機會將會是一半一半,這就是所謂的客觀機率。

相對的,另外一種機率的詮釋稱作主觀機率 (subjective probability),當我們說「這枚銅板在第一百零一次出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$ 」,這裡的機率代表我們個人主觀的「信念」,我們「相信」這枚銅板出現正面或反面的機會是一半一半。因此,主觀機率又可以稱作個人機率 (personal probability)。

也許你會認為,客觀機率不涉及個人主觀判斷,應該是一個對於機率較佳的詮釋。然而,問題是我們並無法總是有機會獲知任何一枚特定銅板的物理特性。相反的,姑且不論個人判斷能力的好壞,我們總是能夠胡謔一個機率值出來。

一般而言,客觀機率與主觀機率並不相等,然而,在某些特殊的情形下,客觀機率會等於主觀機率。舉例來說,在美國拉斯維加斯的賭場中,所有的賭具都受到政府法令嚴格的控管,因此,如果我們要去玩美式輪盤,我們主觀的信念是,小球落入輪盤中任何一個的機率為 $\frac{1}{38}$,而客觀機率值也是 $\frac{1}{38}$ 。表 19.1 簡單地描繪客觀機率與主觀機率的相異之處。

表 19.1: 客觀機率與主觀機率

客觀機率	主觀機率
物理性質	個人主觀信念
可用統計工具驗證	不需 (也不能) 被驗證
一般而言未知	總是能夠胡謔

以上說明客觀機率與主觀機率的概念。而古典統計學 (classical statistics) 與貝氏統計學 (Bayesian statistics) 的相異之處就在於它們在統計分析中分別應用不同的機率概念:

● 貝氏統計學的概念

以下為貝氏統計學的一般性原則：

1. 對於所關心的隨機事件建構一個適當的客觀機率模型，其中包含了我們所關心的未知參數 (specify an objective probability model of the trials in terms of some unknown parameters)。
2. 對所關心的未知參數形成主觀的信念 (form subjective beliefs about the unknown parameters)。亦即，對未知參數形成先驗機率 (prior probabilities)。
3. 在觀察樣本後，根據貝氏法則再塑我們的信念 (after viewing the sample, update beliefs using Bayes' Rule)，形成事後機率 (posterior probabilities)。
4. 根據事後機率作出決策 (base decisions on updated beliefs)。

● 貝氏統計與古典統計的比較

貝氏統計與古典統計各有其適用之處，一般的看法是：個人決策時適用貝氏統計，提供他人諮詢時，適用古典統計。貝氏統計強調個人的主觀信念，而個人的主觀信念則反映其過去的經驗累積。因此，當你在做決策時需要參考過去經驗時，貝氏統計是一個不錯的選擇。

表 19.5: 貝氏統計與古典統計之不同

	貝氏統計	古典統計
基本觀察	μ 未知。根據我的主觀機率評估，一連串的試驗並非獨立，亦即觀察到的樣本不是 i.i.d. 樣本。	μ 未知但是依據客觀機率，一連串的試驗為 i.i.d.。
基本原理	將我對未知參數 μ 的信念以隨機變數 B 來表示。以我的信念作為統計分析的基礎。	統計分析立基於以上的客觀觀察，不帶任何主觀信念。
機率性質	主觀機率。	客觀機率。
統計分析方式	(a) 首先將我的主觀信念以隨機變數 B 來表示，形成先驗分配。 (b) 觀察樣本後，以貝氏法則再塑我對 B 分配的信念，形成事後分配。 (c) 最後，利用 B 的事後分配做統計分析。	由於一連串的試驗為 i.i.d.，即使我不知道 μ ，只要我觀察的樣本夠多，WLLN 提供我猜測 μ 的準度。
主要應用	個人決策	提供諮詢，說服他人