

14_凸包面積 (Convex_Hull_Area)

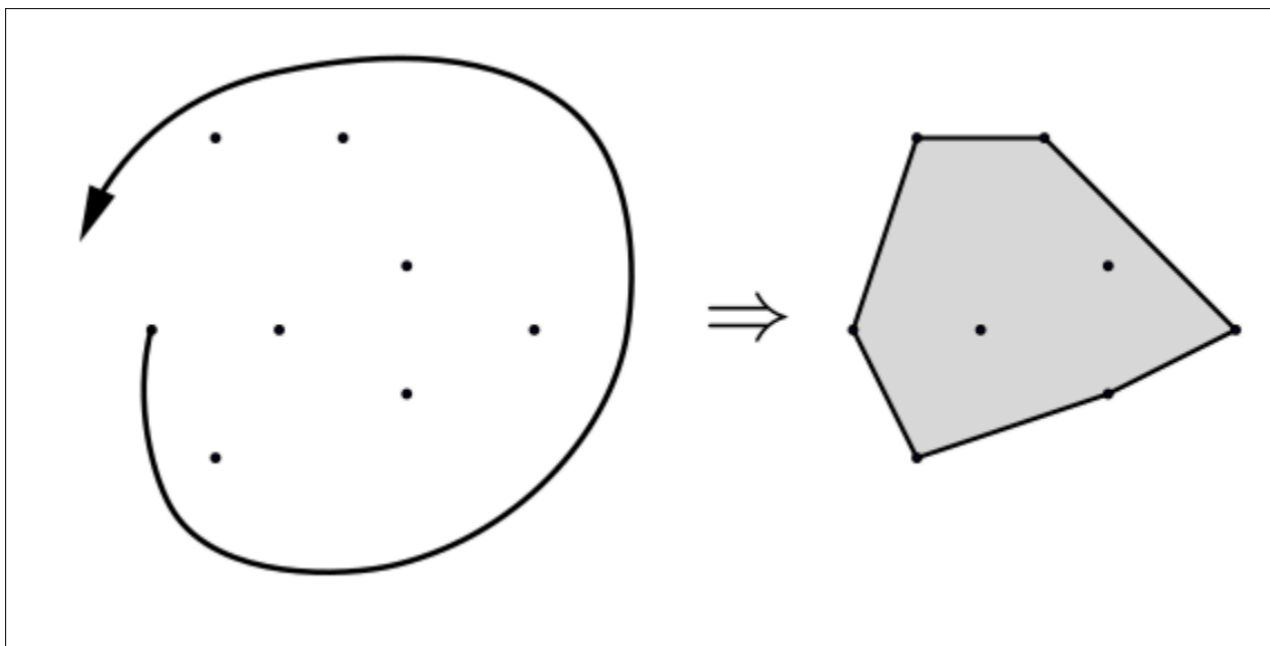
(20 分)

時間限制: 1 second

記憶體限制: 512 MB

題目敘述

「凸包」是一個在計算幾何問題中常使用到的工具，對於二維平面上給定的 N 個點，我們說這些點的凸包為一個最小面積的凸多邊形，使得這個凸多邊形可以圍住所有的點。



計算二維平面上給定 N 個點的面積同樣也是一個經典的問題，身為喜歡解決演算法問題的你，肯定不能滿足於這樣簡單的問題。現在我們隨機的從這 N 個點的 2^N 種子集中均勻隨機的選一個出來，請問這個子集合的凸包面積期望值是多少呢？（空集合的凸包面積視為 0。）

輸入格式

第一行包含一個整數 N ，表示點的數量。

接下來有 N 行，其中第 i 行包含兩個整數 x_i, y_i ，表示第 i 個點座落於座標 (x_i, y_i) 。

輸出格式

輸出一個實數，代表凸包的面積期望值。你輸出的答案只要與正確解答的相對或絕對誤差不超過 10^{-6} 皆會視為正確。

資料範圍

- $1 \leq N \leq 300$ 。
- $|x_i|, |y_i| \leq 10^6$ ($1 \leq i \leq N$)。

- 所有給定的點兩兩相異。

測試範例

輸入範例 1

```
3
0 0
2 0
0 1
```

輸出範例 1

```
0.1250000000000000
```

輸入範例 2

```
4
0 0
1 0
2 0
1 1
```

輸出範例 2

```
0.1875000000000000
```

輸入範例 3

```
10
44 8
35 12
-46 -27
16 -17
-13 0
-36 -10
-37 -13
-36 10
35 18
-23 -39
```

輸出範例 3

```
1485.1406250000000000
```

範例說明

輸入範例 1 總共有 $2^3 = 8$ 種子集合，其中子集合 $\{(0, 0), (2, 0), (0, 1)\}$ 可以形成面積為 1 的凸包。由於一種子集合被選中的機率為 $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ ，凸包的面積期望值即為 $1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ 。

輸入範例 2 總共有 $2^4 = 16$ 種子集合，其中子集合 $\{(0, 0), (1, 0), (1, 1)\}$ 、 $\{(0, 0), (2, 0), (1, 1)\}$ 、 $\{(1, 0), (2, 0), (1, 1)\}$ 、 $\{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (1, 1)\}$ 分別可以形成面積為 $\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1$ 的凸包。由於一種子集合被選中的機率為 $\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ ，凸包的面積期望值即為 $(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1) \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$ 。

輸入範例 3 僅用作一個輸入大小稍大的測試資料供選手自我測試用。